4.5: تمارين غير محلولة (للقسم العملي):

1) إذا كان متوسط أوزان 48 بيضة مسحوبة من الفوج A من الدجاج البيّاض هو G 50 بانحراف معياري G 10، ومتوسط أوزان 60 بيضة مسحوبة من الفوج B من الدجاج البيّاض هو G 54 بانحراف معياري G 8. هل هناك فرق بين متوسطين الوزن لمجتمعي الفوجين من الدجاج البيّاض A ، B وعند مستوى المعنوية 0.05.

2) اختيرت عشوائياً مجموعتان من المصابين بمرض معين: $n_1 = 12$ ، $n_2 = 10$ وطبقت عليهما طريقتان مختلفتان في العلاج، وفي نهاية استخدام الدواء، أجري لهما اختبار مخبري، فكان متوسط التحسن في المجموعة الثانية 81 وبانحراف معياري 5. والمطلوب: أوجد 99% مجال ثقة للفرق الحقيقي بين متوسطي التحسن في مجتمعي الدراسة بفرض أن المجتمعات المدروسة موزعة طبيعياً ... وماذا تستنتج؟

3) أجرى طبيب التجربة الآتية: أخذ عينتين من الأطفال، أعطي العينة الأولى معجوناً للأسنان A ممزوجاً بالفلور، وأعطى العينة الثانية معجوناً للأسنان B لا يحوي على فلور، وبعد ثلاث سنوات من استخدام المعجونين A ،B وبهدف دراسة تآكل الأسنان وجد النتائج الآتية:

العينة (1) A	$n_1 = 260$	$\overline{X} = 9.78$	$S_1 = 7.15$	μ_1
العينة (2) B	$n_2 = 289$	$\overline{Y} = 12.18$	$S_2 = 8.31$	μ_2

والمطلوب : فهل تقودنا هذه النتائج إلى القول بأفضلية أحد المعجونين عن الآخر بتقليص تآكل الأسنان بمستوى 99% من الثقة.

4) طبقت طريقتان (1) و(2) لمعالجة مرضى انحلال الدم عند الأطفال، فأخذنا عينتين من المرضى، طبقت على الأولى الطريقة (1) وطبقت على الثانية الطريقة (2) فإذا كان حجم العينة (1): $n_1 = 50$ مريضاً شفي منهم 18 وحجم العينة الثانية: $n_2 = 40$ شفي منهم 12. والمطلوب: أوجد 99% مجال ثقة حول الفرق الحقيقي بين نسبتي الذين تم شفاؤهم، وماذا تستنتج؟

5) تبين سجلات مشفى أن 60 رجلاً من 1000 رجل يقابلهم 35 امرأة من أصل 1000 امرأة، ممن كانوا يعانون مرض السكري . هل تقدم هذه النتائج دلالة كافية على أن نسبة الإصابة بمرض السكري أكبر عند الرجال وذلك عند مستوى الدلالة الإحصائية 0.05 .

6) أجريت دراسة تأثير المارجوانا كمخدر ومدى علاقتها بسوء التكيف الاجتماعي والجدول الآتي يعرض لنا النتائج التي تم التوصل إليها من عينة عشوائية مكونة من 100 شخص يدخنون المارجوانا، وقد صنفت عناصر هذه العينة من حيث درجة التدخين وعدم التكيف الاجتماعي كما في الجدول الآتي:

المجموع السطري	درجة تدخين المارجوانا			
	شديد	وسط	ضعيف	
22	7	5	10	أرق
36	18	7	11	عدوانية
24	7	11	6	ذهان مؤقت
18	2	6	10	لا توجد أمراض ظاهرة
100	34	29	37	المجموع العمودي

والمطلوب: اختبار الفرضية الآتية عند مستوى الأهمية $\alpha = 0.05$

" لا تأثير لمستوى تعاطي المارجوانا في مدى الخلل في التكيف الاجتماعي".

7) يمثل الجدول الآتي أوضاع 280 مدخناً ومصنفة حسب درجة إدمانهم من جهة وإصابتهم بالضغط الشرياني من جهة أخرى:

المجموع	غير مدخن	مدخن وسط	مدخن بكثرة	
87	21	36	30	مصاب بالضغط الشرياني
193	148	26	19	غير مصاب بالضغط الشرياني
280	169	62	49	المجموع

والمطلوب: اختبار الفرضية التالية عند مستوى الأهمية $\alpha = 0.05$

" لاعلاقة بين درجة التدخين وارتفاع الضغط الشرياني".

8) أجريت دراسة على عينتين من المواليد لمعايرة كمية التيروكسين في الدم إحداها من الذكور والأخرى من الإناث وكان لدينا النتائج الآتية:

μ_1	$S_1 = 3.10$	$\bar{X} = 9.8$	$n_1 = 49$	عينة الذكور
μ_2	$S_2 = 2.32$	$\bar{Y} = 9.75$	$n_2 = 33$	عينة الإناث

والمطلوب: أوجد 99% مجال ثقة حول الفرق الحقيقي بين متوسطي كمية التيروكسين بالدم عند الذكور وعند الإناث، وفسر الناتج.

9) طبقت طريقتان مختلفتان B, A لمعالجة مرض حمى السحايا عند الأطفال ، ومن أجل ذلك تم أخذ عينتين من المرضى، طبقت على العينة الأولى الطريقة

A وطبقت على العينة الثانية الطريقة B. فإذا كان حجم العينة الأولى 60 تم شفاء 25 مريضاً منهم، وكان حجم العينة الثانية 50 تم شفاء 20 مريضاً منهم. والمطلوب: أوجد 99% مجال ثقة حول الفرق الحقيقي بين نسبتي من يتم شفاؤهم باتباع الطريقة A والطريقة B. وماذا تستنتج؟

10) لاختبار فعالية مصل جديد لمعالجة السرطان، تم اختيار 9 فئران مصابة بهذا المرض وفي مرحلة متقدمة منه، وتم علاج 5 منها بهذا المصل فقط وترك الباقي تحت المراقبة حتى الوفاة. فإذا كانت مددّ بقائها على قيد الحياة بالسنوات منذ بدء المعالجة هي كالآتي:

0.9	4.6	1.4	5.1	2.1	مع المعالجة
	3.1	2.8	0.5	1.9	دون معالجة

فهل يمكن القول إن العلاج فعال بمستوى 0.05 من الأهمية. علماً بأن مجتمعي الفئران طبيعيٌّ وبتباينات متساوية.

11) يمثل الجدول الآتي النتائج التي حصل عليها طبيب بملاحظة مجموعة من الأشخاص أعمارهم من جهة وإصابتهم بمرض معين من جهة أخرى

فئات العمر			الحالة المرضية
كهول	شباب	أطفال	
12	16	40	مصاب يالمرض
30	44	72	غير مصاب

هل تدل هذه النتائج على وجود علاقة بين العمر والإصابة بهذا المرض وبمستوى $\alpha = 0.01$ من المعنوية؟

12) يمثل الجدول الآتي عدد الحوادث التي تعرض لها 500 سائق وفئات أعمارهم التي تتراوح ما بين 18 و 50 عاماً، خلال عام واحد في مدينة معينة.

والمطلوب: عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.01$ يراد اختبار الفرضية الآتية " عدد الحوادث مستقلة عن عمر السائق".

حيث $(n = 500)$

فئات العمر / عدد الحوادث	[18- 25]	[26-40]	[41-50]
0	75	120	105
1	50	60	40
2	25	20	5

13) يعتقد أن حياة مريض يعالج من مرض الفشل الكلوي الحاد تتبع التوزيع الأسي الآتي بالوسيط $\lambda = 0.05$ سنه، تم دراسة عينة من 50 مريضاً بهذا المرض وكانت النتائج كالآتي:

مدة حياة المريض	$[0,1[$	$[1,2[$	$[2,3[$	$[3,\rightarrow[$
التكرار المشاهد	21	16	9	4

والمطلوب: هل تقبل صحة الادعاء عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$؟

SYRIAN PRIVATE UNIVERSITY

الفصل السادس

الترابط و التنبؤ

Correlation and Prediction

6–1 المقدمة Introduction :

في كثير من التطبيقات نكون مهتمين بدراسة عدة ظواهر (عدة متغيرات) معاً، و ذلك بهدف معرفة إن كان هناك أيّ علاقة أو ارتباط بينهما ، لذلك سوف ننظر إلى مجموعتين مختلفتين من المشاهدات (القياسات) و نرى إن كان هناك علاقة ما بينها . هل التغير في إحدى المجموعتين يصاحبه تغير في المجموعة الأخرى و في أي اتجاه؟ و ما قوة تلك العلاقة ؟ ففي مجال الصحة كما في الاقتصاد و علم الاجتماع و غيرهما تطرح مثل التساؤلات الآتية : هل هذان المتغيران مرتبطان و ما طبيعة العلاقة بينهما و هل أحدهما ينبئنا عن الآخر؟ فمثلاً نتساءل هل هناك علاقة بين الطول و الوزن لمجموعة من الأشخاص. هل هناك علاقة للتعرض للإشعاع و الإصابة بمرض السرطان؟ وهل المدخن أكثر عرضه للإصابة بسرطان الرئة ؟ وهل هناك علاقة بين الوزن و ارتفاع ضغط الدم ؟.... إلخ من التساؤلات .

و للإجابة عن هذه الأسئلة نحتاج إلى دراسة العلاقة بين مجموعتين من القراءات (المشاهدات) مرتبة على شكل أزواج (X, Y) حيث X تمثل المتغير الأول و Y تمثل المتغير الثاني و المعنى من كلمة مرتبة هو أن نجعل المكان الأول

لمشاهدات المتغير الأول و المكان الثاني لمشاهدات المتغير الثاني. فإذا أخذنا عينة من الأشخاص البالغين فإن X ستكون طول الشخص ، و Y ستكون وزنه، وندعو قيم X مشاهدات المتغير المستقل (independent variable) وقيمY مشاهدات المتغير التابع (variable dependent) .

قراءة المتغير الأول X أو المتغير المستقل أحياناً يكون مسيطراً عليه أو متحكماً فيه و قراءة المتغير Y تكون نتيجة التجربة.

فإذا كان لدينا متغيران الأول كمية الدواء والثاني مدة الشفاء فإن مشاهدات المتغير الأول x يمكن التحكم بها ، بينما مدة الشفاء Y فتسجل فيما بعد. و بعد معرفة طبيعة العلاقة يمكننا التنبؤ بقيم Y عند معرفتنا بكمية الدواء المعطاة .

6–1–1 مخطط الانتشار Scatter Diagram :

قبل إجراء تحليل رياضي على البيانات المشاهدة لغرض معرفة إذا كان هناك أيّ علاقة بين أي متغيرين فإنه من الأفضل رسم ما يسمى بمخطط الانتشار لتلك البيانات إذ نمثل مشاهدات المتغير المستقل على المحور الأفقي و مشاهدات المتغير التابع على المحور العمودي ، لنجد أزواج المشاهدات ممثلة بنقاط مبعثرة في المستوى Oxy . إن توزيع تلك النقاط يعطينا صورة أولية تساعد في كشف العلاقة بين المتغيرين إن كانت موجودة .

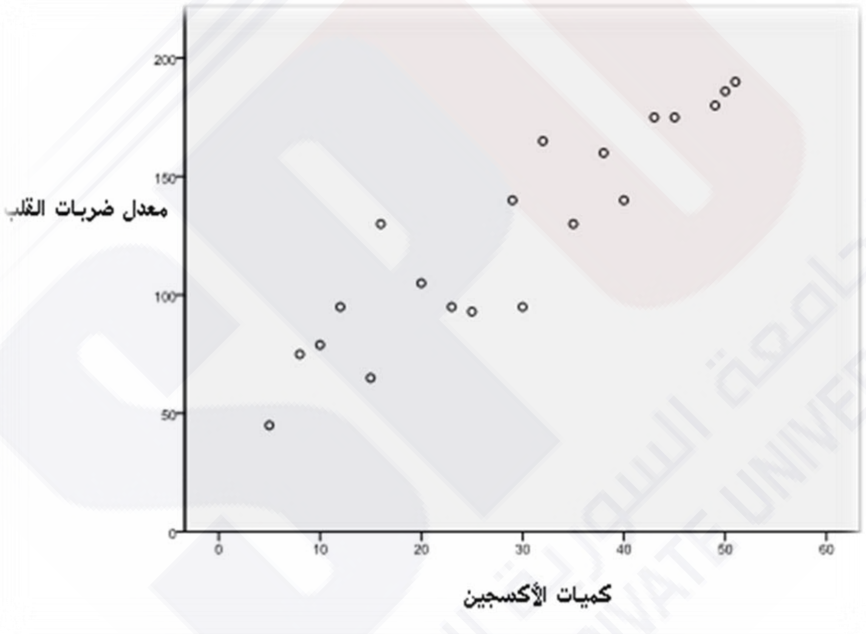
مثال (6–1):

في أحد البحوث اخترنا عشوائياً عشرين شخصاً لمعرفة العلاقة بين X المتغير المستقل وهو الكمية الكبرى للأوكسجين المستنشق و Y المتغير التابع وهو معدل ضربات القلب و سجلنا النتائج في الجدول الآتي **(6–1)**

x	43	49	50	12	8	32	51	30	35	23
y	175	180	186	95	75	165	190	95	130	95
x	25	16	38	40	29	15	10	20	5	45
y	93	130	160	140	140	65	79	105	45	175

الجدول (6–1)

و الشكل (6–1) الآتي يمثل شكل الانتشار بين المتغيرين X و Y لمشاهدات العينة



الشكل (6–1) مخطط الانتشار لكمية الأوكسجين ومعدل ضربات القلب.

من مخطط الانتشار السابق نرى بوضوح أن هناك نزعة متمثلة في زيادة قيم y بشكل خطي مع تزايد قيم x ، و هذه العلاقة الخطية ليست تامة بمعنى أن هناك تغيراً عشوائياً ضمن مجموعة الأشخاص الذين استنشقوا نفس كمية الأكسجين . فمثلاً في هذه العينة شخصان استنشقا الكميتين المتقاربتين 16 , 15 ، من

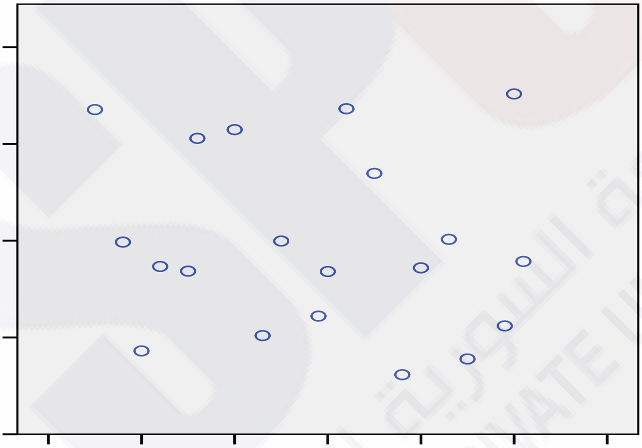
الجامعة السورية الخاصة
SYRIAN PRIVATE UNIVERSITY

الأكسجين في حين كانت معدلات ضربات القلب متباعدة 130 , 65 وهذا الفارق الكبير قد يعود لعوامل أخرى مثل الوزن – العمر .

6-1-2 أشكال الانتشار و الارتباط الخطي :

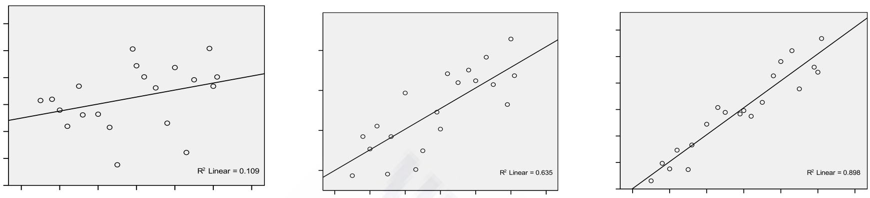
الغرض الأساسي من تحليل الارتباط هو قياس قوة العلاقة الخطية بين متغيرين. سوف نستعرض الآن بعض العلاقات الممكنة بين المتغيرين المستقل X و المتغير التابع Y.

أولاً: إذا كانت النقاط منتشرة عشوائيا (مبعثرة) في المستوي كما في الشكل (6-2) فلا يوجد في هذه الحالة علاقة خطية بين x و y



الشكل (6-2) شكل مخطط الانتشار لمتغيرين لا علاقة بينهما

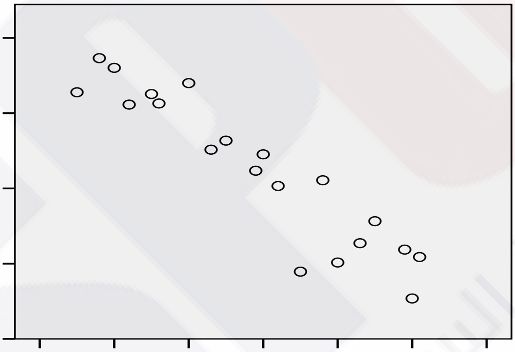
ثانياً: إذا تزايدت قيم المتغير y مع ازدياد قيم المتغير المستقل x بدرجات مختلفة، فيكون هناك ارتباط موجب بين المتغيرين x و y وقد تكون هذه العلاقة قوية أو متوسطة أو ضعيفة و الأشكال (6-3 – c , b , a) توضح ذلك :



a– علاقة قوية **b– علاقة متوسطة** **c – علاقة ضعيفة**

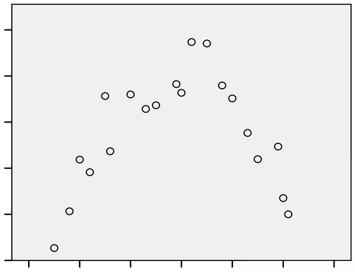
الشكل (6–3) أشكال الانتشار لثلاث علاقات قوية ومتوسطة وضعيفة.

ثالثاً: إذا تناقصت قيم المتغير y بدرجات مختلفة مع تزايد مشاهدات x يكون هناك علاقة ارتباط عكسية بين x و y و نمثل ذلك في الشكل (6–4) :

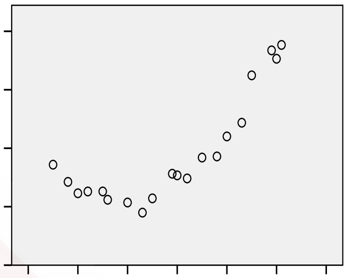


الشكل (6–4) شكل الانتشار لعلاقة ارتباط خطية عكسية

رابعاً : قد تنتشر النقاط الممثلة لأزواج المشاهدات (x, y) بأشكال مختلفة ، و قد لا تكون خطية كما يوضح ذلك الشكلين التاليين (6–5) ففي الأول ترتبط المشاهدات y مع المشاهدات x بشكل غير خطي و لها شكل تابع من الدرجة الثانية تقعره للأسفل ، إما في الشكل الثاني فهي علاقة تابع من الدرجة الثانية تقعره للأعلى.



التقعر نحو الأعلى



التقعر نحو الأسفل

الشكل (6−5) شكلا الانتشار لعلاقتين من الدرجة الثانية

وسنهتم فقط بالعلاقات الخطية أو التي يمكن تحويلها إلى خطية .

6−2 معامل الارتباط الخطي لبيرسون :

Pearson Linear Correlation coefficient:

معامل الارتباط الخطي لبيرسون و يرمز له بـ R هو عبارة عن مقياس لقوة العلاقة الخطية بين متغيرين ، و هو يعكس مدى تماسك التأثير الناتج عن التغير في قيم المتغير x على التغير في قيم المتغير y و قيمة معامل الارتباط الخطي تكون دائماً بين 1- و 1+ فقيمته الموجبة دلالة على أن العلاقة الخطية بين x و y طردية أي تزايد قيم الأول يؤدي لتزايد قيم الثاني (إذا كانت R قريبة من الواحد : فالعلاقة قوية ، وإذا كانت قريبة من $\frac{1}{2}$ فتكون متوسطة ، وإذا كانت قريبة من الصفر فهي ضعيفة). الشكل(6−3) .

أما إذا كانت قيمته سالبة R<0 فإن العلاقة بين المتغيرين تكون سالبة أو عكسية. الشكل (6−4). فمثلاً نتوقع أن تكون R لمشاهدات x (الطول) مع مشاهدات y (الوزن) لمجموعة من الأشخاص موجبة أو طردية كما أننا نتوقع أن

تكون R لمشاهدات y (سعر السيارة) مع x (عمر السيارة) قوية سالبة أو عكسية أي ينقص سعر السيارة مع زيادة عمرها .

و لمعامل ارتباط بيرسون عدة صيغ متكافئة فإذا فرضنا أزواج المشاهدات لمتغيرين x,y هي :

$$(x_1 , y_1),\ (x_2 , y_2)\ , ... ,\ (x_n , y_n)$$

فنعرف معامل الارتباط لبيرسون R بأنه متوسط جداءات القيم المعيارية للمتغيرين x,y أي:

$$R = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \bar{x}}{S_x}\right) . \left(\frac{y_i - \bar{y}}{S_y}\right) \qquad (1-6)$$

حيث S_y, S_x القيم المعيارية لمشاهدات y,x على الترتيب

$$S_x{}^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}\right)$$

$$S_y{}^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i{}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}{n}\right)$$

وللعلاقة السابقة عدة صيغ متكافئة يمكن استخدامها في حساب معامل الارتباط منها :

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i . y_i - n.\bar{x}.\bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - n\bar{x}^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} y_i{}^2 - n.\bar{y}^2}} \qquad 2-6$$

وتكتب أيضا بالصيغة الآتية:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}).(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}} \qquad 3-6$$

مثال (6−2)

لدراسة العلاقة بين الكمية الكبرى للأكسجين المستنشق X ومعدل ضربات القلب Y ومن أجل عشرة أشخاص أخذنا أول عشر أزواج من القيم في الجدول (6−1) وجدنا من الشكل (6−1) أنه هناك علاقة إيجابية قوية بالاعتماد على الصيغة (6−3) لعلاقة الارتباط نلخص عملية إيجاد معامل الارتباط في الجدول الآتي :

الجدول (6−2)

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
43	175	9.7	36.4	353.08	94.09	1324.96
49	180	15.7	41.4	649.98	246.49	1713.96
50	186	16.7	47.4	791.58	278.89	2246.76
12	95	-12.3	-43.6	928.68	453.69	1900.96
8	75	-25.3	-63.6	1609.08	640.09	4044.96
32	165	-1.3	26.4	-34.32	1.69	696.96
51	190	17.7	51.4	904.47	313.29	2641.96
30	95	-3.3	-43.6	143.88	10.89	1900.96
35	130	1.7	-8.6	-14.62	2.89	73.96
23	95	-10.3	-43.6	449.08	106.09	1900.96

بجمع قيم الاعمدة نجد :

$$\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x}_{\mathbf{i}} = 333 \quad , \quad \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}} = 1386$$

$$\sum_{i=1}^{n} (\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}} - \overline{\boldsymbol{x}}) = 0 \quad , \quad \sum_{i=1}^{n} (\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}} - \overline{\boldsymbol{y}}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} (\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}} - \overline{\boldsymbol{x}})(\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}} - \overline{\boldsymbol{y}}) = 5786.2$$

$$\sum_{i=1}^{n} (\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}} - \overline{\boldsymbol{x}})^{\mathbf{2}} = 2148.1 \quad , \quad \sum_{i=1}^{n} (\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}} - \overline{\boldsymbol{y}})^{\mathbf{2}} = 18446.4$$

و منه :

$$\overline{\boldsymbol{x}} = \frac{333}{10} = 33.3 \quad , \quad \overline{\boldsymbol{y}} = \frac{1386}{10} = 138.6$$

بالتبديل في الصيغة (6−3)

$$R = \frac{5786.2}{\sqrt{2148.1}\sqrt{18446.4}} = \frac{5786.2}{6301.1} = 0.92$$

ملاحظة :

إن استخدام الصيغة (6−2) أسهل في التطبيقات العملية . و لنقوم بحساب R مرة ثانية و باستخدام الجدول المساعد :

x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
43	175	7525	1849	30625
49	180	8820	2401	32400
50	186	9300	2500	34596
12	95	1140	144	9025
8	75	600	46	5625
32	165	5280	1024	27225
51	190	9690	2601	36100
30	95	2850	900	9025
35	130	4550	1225	16900
23	95	2185	520	9025
$\sum_{i=1}^{n} x_{\mathrm{i}} = 333$	$\sum_{i=1}^{n} y_i = 1386$	$\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i = 51940$	$\sum_{i=1}^{n} \mathrm{x}_{\mathrm{i}}^2 = 13237$	$\sum_{i=1}^{n} \mathrm{y}_{\mathrm{i}}^2 = 201546$

الجدول (6−3)

$$R = \frac{51940 - 10\ (\ 33.3)(138.6)}{\sqrt{13237 - 10\ (33.3)^2}\sqrt{210546 - 10\ (138.6)^2}}$$

$$= \frac{5786.2}{\sqrt{2148.2}\sqrt{18446.4}} = 0.92$$

تدل الإشارة الموجبة والقيمة القريبة من الواحد على أن علاقة الارتباط بين كمية الأكسجين ومعدل ضربات القلب طردية وقوية أي زيادة كمية الأكسجين المستنشق يؤدي لزيادة ضربات القلب في الواقع العلاقة هنا ليست سببية، ويجب التركيز أن الارتباط لا يعني السببية.

اختبار الفروض حول معامل الارتباط الخطي :

:Testing of Hypotheses for Linear Correlation Coefficient

بعد حساب معامل الارتباط الخطي للعينة المعطاة نطرح السؤال الآتي هل قيمة R المحسوبة من الصيغ السابقة تدل على أن هناك علاقة بين المتغيرين في المجتمع الذي سحبت منه العينة ، بمعنى آخر ما هي القيمة التي إذا كانت قيمة R أكبر منها يكون هناك علاقة ارتباط وإذا كانت قيمة R أصغر منها تكون العلاقة ضعيفة ، ومن ثَمَّ لا يوجد ارتباط خطي بين قيم X وقيم Y للإجابة عن هذا السؤال نقوم باختبار فرض العدم H_0 كما يأتي:

المتغيران غير مرتبطين خطياً H_0 ضد الفرض البديل H_1 و هو ذو طرفين كمايلي (المتغيران مرتبطان خطياً) : H_1.

في الحقيقة الفرض البديل H_1 يمكن أن يكون على الصيغة

المتغيران مرتبطان خطياً بشكل موجب : H_1

أوالمتغيران مرتبطان خطياً بشكل سالب : H_1

فإذا استخدمنا الرمز ρ للدلالة على معامل الارتباط الخطي للمجتمع ، فنكتب

فرضية العدم $H_0 : \rho = 0$

مقابل الفرض البديل ذي طرفين $H_1 : \rho \neq 0$

أو مقابل الفرض البديل بطرف واحد إمّا $H_1 : \rho > 0$

وإمّا $H_1 : \rho < 0$

لاختبار الفروض السابقة H_0 , H_1 لا بد من الأمور الآتية:

1- حساب الاحصاء t_0 لمعامل الارتباط R للعينة حيث t_0 تحسب تحت صحة فرضية العدم H_0 كما يأتي :

$$t_0 = \frac{R-\rho}{S_R} = \frac{R-0}{\sqrt{\frac{1-R^2}{n-2}}} = \frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}} \qquad (4-6)$$

و لهذا الإحصاء توزيع ستودنت بدرجات حرية تساوي $\gamma = n-2$ حيث

$S_R = \sqrt{\frac{1-R^2}{n-2}}$ هو الخطأ المعياري عند اعتبار R مقدر لـ ρ .

2- تحديد مستوى المعنوية α . قد تكون 0.01 , 0.02 , 0.05 ,....حسب أهمية البحث.

3- نستخدم جدول توزيع ستودنت بدرجة حرية $\gamma = n-2$ لتعيين القيمة الحرجة $t_{1-\alpha/2}(\gamma)$ التي تحصر على يسارها و تحت منحني الكثافة لستودنت بدرجة γ مساحة مقدارها $1-\alpha/2$.

4- ثم نتخذ القرار المناسب وفق الآتي:

a) إذا كانت القيمة المطلقة للقيمة المحسوبة t_0 أكبر من القيمة الحرجة ($|t_0| > t_{1-\alpha/2}(\gamma)$) نرفض الفرضية H_0 و نقبل H_1 ذات الطرفين ويكون الارتباط معنوياً.

b) إذا كانت القيمة المطلقة للقيمة المحسوبة t_0 أصغر من القيمة الحرجة ($|t_0| < t_{1-\alpha/2}(\gamma)$) نقبل الفرضية H_0 ، و نعتبر أن قيمة R ليست معنوية ، أي ليست هناك علاقة ارتباط بين المتغيرين.

مثال (6−3)

بالعودة للمثال السابق (6−2) حيث حسبنا معامل ارتباط بيرسون للعينة ، و كان $R = 0.92$ وهو قيمة تقديرية لـ ρ معامل ارتباط x و y نقوم باختبار معنوية معامل الارتباط R عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ مثلا.

الحل:

1− نصيغ الفرض الإحصائي

$$H_0 : \rho = 0$$
$$H_1 : \rho \neq 0$$

2− نحسب قيمة t_0 من العلاقة (6−4) و تحت فرضية H_0

$$t_0 = \frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}} = \frac{0.92\sqrt{10-2}}{\sqrt{1-(0.92)^2}} \cong \frac{2.6}{\sqrt{0.15}} \cong 6.7$$

3− نعين منطقة قبول H_0 و هي المجال المعطى بالشكل:

$$\left[-t_{1-\alpha/2}(n-2)\,, t_{1-\alpha/2}(n-2)\right] = [-t_{0.025}(8), t_{0.975}(8)]$$

و القيمة $t_{0.975}(8) = 0.23$ نجدها في سطر 8 و عمود 0.025 في جدول توزيع ستودنت.

إذن $t_0 = 6.7$ لا تقع في المجال $[-2.306 , 2.306]$ أو $|t_0| > 2.306$ أي t_0 المحسوبة تقع في منطقة رفض H_0 ، ومن ثَمَّ الفرضية $\rho = 0$ غير صحيحة، و ذلك بدرجة ثقة أكبر من 95% ، و هذا يعني أننا على ثقة مقدارها 95% بأن هناك علاقة خطية بين الكمية الكبرى للأكسجين المستنشق و معدل ضربات القلب .

3-6 معامل سبيرمان لارتباط الرتب

Spearman's Rank Correlation Coefficient :

إن معامل الارتباط الخطي لبيرسون الذي سبق ذكره يمكن أن يستخدم لقياس الارتباط الخطي بين متغيرين كميين ، عندما تكون ملاحظات كُلٍّ من x و هي (x_i) و y وهي (y_i) مقادير كمية. فلا يمكن استخدامه إذا كانت المشاهدات ليست كمية (اسمية أو رتبية) ، لذلك دعت الحاجة لإيجاد مقياس للارتباط في حال كانت قيم أحد المتغيرين أو كليهما غير كمية. و من هذه المقاييس معامل سبيرمان لارتباط الرتب الذي يمكن استخدامه لقياس الارتباط بين المتغيرات التي يمكن ترتيب قيمها أي إذا كانت المتغيرات رتبية أو فئوية .

ليكن لدينا مجموعة مكونة من n من الأزواج المرتبة لمشاهدات العينة

$$(x_1 , y_1) , (x_2 , y_2) , \dots \dots \dots , (x_n , y_n)$$

و لنرمز بـ $r(x_i)$ لرتبة المشاهدة x_i في العينة $x_1 , x_2 , \dots , x_n$ (أي ترتيبها في العينة بعد ترتيب العينة تصاعديا) وبـ $r(y_i)$ لرتبة المشاهدة y_i في العينة $y_1 , y_2 , \dots , y_n$.

يتم استخدام رتب قيم المتغير x و رتب قيم المتغير y بشكل تصاعدي أو تنازلي معاً بشرط تطبيق نفس الطريقة لكلا المتغيرين. و في حال تساوي مشاهدتين $x_i = x_{i+1}$ نعطي لكل منها نفس الرتبة و تساوي متوسط رتبتي القيمتين .

وبعد استخراج رتب قيم المتغيرات نحسب معامل سبيرمان لارتباط الرتب كما يأتي:

a) معامل سبيرمان لارتباط الرتب هو معامل الارتباط الخطي لبيرسون لرتب المتغيرين أي معامل سبيرمان لارتباط الرتب يعطى من العلاقات المتكافئة الآتية:

$$r_s = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\gamma_i - \bar{\gamma})(w_i - \bar{w})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\gamma_i - \bar{\gamma})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(w_i - \bar{w})^2}} \qquad (5\text{–}6)$$

$$r_s = \frac{\sum_{i=1}^{n}\gamma_i w_i - n\bar{\gamma}\bar{w}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\gamma_i^2 - n\,(\bar{\gamma})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}w_i^2 - n\,(\bar{w})^2}} \qquad (6\text{–}6)$$

$$r_s = \frac{n\sum_{i=1}^{n}\gamma_i w_i - \sum_{i=1}^{n}\gamma_i \sum_{i=1}^{n}w_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}\gamma_i^2 - (\sum_{i=1}^{n}\gamma_i)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n}w_i^2 - (\sum_{i=1}^{n}w_i)^2}} \qquad (7\text{–}6)$$

حيث

$$\bar{w} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}w_i \text{ ، } \bar{\gamma} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\gamma_i \text{ ، } w_i = r\,(y_i) \text{ ،} \gamma_i = r\,(x_i)$$

b) اذا لم يكن هناك تشابه بين رتب قيم كُلٍّ من المتغيرين x وy فإننا نحسب معامل سبيرمان لارتباط الرتب من الصيغة البسيطة المكافئة الآتية :

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n}{d_i}^2}{n(n^2-1)} \qquad (8\text{–}6)$$

حيث: $d_i = r\,(x_i) - r\,(y_i)$ هو الفرق بين رتبتي x_i و y_i. و يجوز استخدام العلاقة البسيطة هذه و الحصول على قيمة تقريبية في حال وجود عدد

قليل من الرتب المتساوية . أما إذا كانت عدد الرتب المتساوية في أحد المتغيرين أو كليهما كبيراً فيجب استخدام العلاقة الأولى فقط .

مثال (6−4) :

لدراسة العلاقة بين كمية التدخين x والمقيسة بمتوسط عدد السجائر اليومية و شدة الإصابة بسرطان الرئة y أخذنا عينة عشوائية من عشرة أشخاص من المدخنين الذين أصيبوا بمرض سرطان الرئة ، و سجلنا مشاهدات كل من المتغيرين x وy في الجدول الآتي :

x	5	10	15	15	20	25	30	30	30	35
y	A	B	A	B	C	E	D	C	E	E

حيث مشاهدات المتغير Y هي :

A = خفيفة جداً ، B= خفيفة ، C = إصابة متوسطة ، D = إصابة شديدة ،

E = شديدة جداً .

أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان .

الحل : أولاً نوجد رتب قيم كل المتغيرات

x_i	5	10	15	15	20	25	30	30	30	35
$r(x_i)$	1	2	3.5	3.5	5	6	8	8	8	10

y_i	A	A	B	B	C	C	D	E	E	E
$r(y_i)$	1.5	1.5	3.5	3.5	5.5	5.5	7	9	9	9

نلخص العمليات الحسابية في الجدول (6−3) لحساب r_s من الصيغة البسيطة (6−8):

x	Y	رتبة x $r(x) = \gamma$	رتبة y $r(y) = w$	$d = r(x) - r(y)$	d^2
5	A	1	1.5	- 0.5	0.25
10	B	2	3.5	- 1.5	2.25
15	A	3.5	1.5	2	4
15	B	3.5	3.5	0	0
20	C	5	5.5	- 0.5	0.25
25	E	6	9	- 3	9
30	D	8	7	1	1
30	C	8	5.5	2.5	6.25
30	E	8	9	-1	1
35	E	10	9	1	1
					$\sum_{i=1}^{10} {d_i}^2 = 25$

الجدول (6–3)

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^{n} {d_i}^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 (25)}{10 (100-1)} = 1 - \frac{150}{990} = +0.848$$

نحسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان باستخدام الصيغة (6–5) أي نطبق معامل الارتباط الخطي لبيرسون على بيانات الرتب في العمودين الثالث و الرابع من الجدول(6–2) السابق :

$$r_s = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\gamma_i - \bar{\gamma})(w_i - \bar{w})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\gamma_i - \bar{\gamma})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(w_i - \bar{w})^2}} = \frac{67}{\sqrt{80}\sqrt{79}} = +0.843$$

بمقارنة النتيجتين نلاحظ هناك فرقاً (بسيطاً) و الاختلاف بين النتيجتين يُعزى لوجود عدد كبير من الرتب المتشابهة ولاسيّما رتب قيم المتغير y و من قيمة معامل الارتباط هذه $r_s = 0.843$ يتضح أن هناك علاقة طردية قوية نوعاً ما

بين المتغيرين x وy ، و تلك العلاقة تعني أن شدة الإصابة بسرطان الرئة تعود لزيادة كمية التدخين.

4-6 معامل الاقتران و معامل التوافق :

:Coefficient Of Contingency Coefficient Of Association

يستخدم معامل الاقتران و معامل التوافق لقياس قوة الارتباط بين متغيرين اسميين (وصفيين) (nominal variables) حيث لا نستطيع استخدام مقياس الارتباط لبيرسون و مقياس ارتباط الرتب لسبيرمان لتلك البيانات . فعندما كلّ من المتغيرين x,y يأخذ فقط حالتين 1 , 0 (مدخن و غير مدخن أو مريض و سليم) .نستخدم معامل الاقتران. أما عندما أي من المتغيرين x و y أو كليهما يأخذ عدة قيم أو عدة حالات مثل 0,1,2 أو لون العينين (أسود– أزرق – بني) أو لون البشرة (أبيض – أسمر – أشقر) فنستخدم معامل التوافق لقياس شدة الارتباط بين المتغيرين.

أولاً : معامل الاقتران :

بفرض أننا نرغب في دراسة العلاقة بين صفتين لأفراد مجتمع ما و كل صفة تأخذ حالتين فقط مثل التدخين و الجنس ، فأي فرد من أفراد مجتمع ما سيكون مدخناً أو غير مدخن ، و كذلك سيكون إما ذكراً وإمّا أنثى ، أي إن الصفة الأولى x تقسم المجتمع إلى مدخنين و غير مدخنين و الصفة الثانية y تقسم المجتمع كذلك إلى فئتين ذكور و إناث ، فإذا رمزنا بـ A: لعدد المدخنين الذكور ، B: لعدد المدخنين الإناث ، C: لعدد غير المدخنين الذكور ، D: لعدد غير المدخنين الإناث ، أو وفق الجدول الآتي:

الصفة X / الصفةY	الحالة الأولى (مدخنون)	الحالة الثانية (غير مدخنين)
الحالة الأولى (ذكور)	A	C
الحالة الثانية (إناث)	B	D

نعرف معامل الاقتران r_c بالعلاقة الآتية:

$$r_c = \frac{A\,D-B\,C}{A\,D+BC} \qquad (9-6)$$

مثال (6–5) :

عند دراسة علاقة التدخين بالتعليم في إحدى المؤسسات أخذت عينة عشوائية مكونة من 50 موظفاً ، و كانت النتائج :

التدخين / التعليم	لا يدخن	يدخن
متعلم	25	5
غير متعلم	10	10

احسب معامل الاقتران r_c بين التدخين و التعليم .

الحل :

باستخدام العلاقة (6–9):

$$r_c = \frac{25\,(\,10)-5\,(\,10\,)}{25\,(\,10\,)+5\,(\,10\,)} = \frac{200}{300} = 0.67$$

نجد شدة الارتباط متوسطة. أي نسبة المدخنين في مجتمع المتعلمين أقل من نسبة المدخنين في مجتمع غير المتعلمين.

ثانياً : معامل التوافق :

أوجد كرامر Cramer (1946) مقياساً للارتباط يستخدم عندما يكون للمتغيرين الوصفين أكثر من حالتين أو عندما يكون متغير وصفي له أكثر من حالتين و الثاني كمي ، ويدعى معامل التوافق . فإذا فرضنا أن للمتغير (الصفة) x الحالات الآتية $(x_1 , x_2 , \ldots , x_r)$ و للمتغير (الصفة) y الحالات $(y_1 , y_2 , \ldots , y_s)$ حيث إحداها على الأقل اسمية (وصفية) و رمزنا بـ f_{ij} لتكرارات العينة التي لها الحالة i للصفة الأولى و لها الحالة j للصفة الثانية y ورتبنا الجدول:

الصفة y / الصفة x	y_1	y_2	....	y_s	المجموع
x_1	f_{11}	f_{12}	....	f_{1s}	$f_{1.}$
x_2	f_{21}	f_{22}	....	f_{2s}	$f_{2.}$
.					.
.					.
x_r	f_{r1}	f_{r2}	....	f_{rs}	$f_{r.}$
المجموع	$f_{.1}$	$f_{.2}$	....	$f_{.s}$	$n = f_{..}$

$f_{i.}$: عدد التكرارات في العينة التي لها الحالة i للصفة الأولى x.

$f_{.j}$: عدد التكرارات في العينة التي لها الحالة j للصفة الثانية y.

من الجدول السابق نحسب المقدار B

$$B = \frac{{f_{11}}^2}{f_{1.}f_{.1}} + \frac{{f_{12}}^2}{f_{1.}f_{.2}} + \cdots + \frac{{f_{rs}}^2}{f_{r.}f_{.s}}$$

و نعرف معامل التوافق r_a :

$$r_a = \sqrt{\frac{B-1}{B}} \qquad (10-6)$$

مثال (6-6):

بهدف دراسة علاقة لون البشرة لمجموعة من الأمهات مع لون بشرة المولود الأول لكل منهن . اخترنا بشكل عشوائي عينة من مئة أم و عرفنا المتغير x لون بشرة الأمهات (أبيض – حنطي – أسمر) و كذلك المتغير y لون بشرة المولود الأول و يأخذ نفس الحالات و سجلنا النتائج في الجدول الآتي :

الأمهات / المولود الأول	أبيض	حنطي	أسمر	المجموع
أبيض	27	6	7	40
حنطي	8	17	5	30
أسمر	5	7	18	30
المجموع	40	30	30	100

بين إذا كان هناك توافق بين لون بشرة الطفل الأول و لون بشرة الأم .

الحل :

نحسب

$$B = \frac{{f_{11}}^2}{f_{1.}f_{.1}} + \frac{{f_{12}}^2}{f_{1.}f_{.2}} + \cdots + \frac{{f_{33}}^2}{f_{3.}f_{.3}}$$

$$= \frac{(27)^2}{(40)(40)} + \frac{(6)^2}{(30)(40)} + \frac{(7)^2}{(30)(40)} + \frac{(8)^2}{(40)(30)} + \frac{(17)^2}{(30)(30)} + \frac{(5)^2}{(40)(30)} + \frac{(5)^2}{(30)(30)} + \frac{(7)^2}{(30)(30)} + \frac{(18)^2}{(30)(30)}$$

$$\cong 0.46 + 0.03 + 0.041 + 0.05 + 0.32 + 0.03 + 0.021 + 0.05 + 0.36 = 1.36$$

نبدل في (6– 10):

$$r_a = \sqrt{\frac{B-1}{B}} = \sqrt{\frac{0.36}{1.36}} = 0.51$$

إن معامل التوافق $r_a \cong 0.51$ يبين أن قوة الارتباط بين لون البشرة للأمهات و للأبناء متوسطة ليست قوية.

6–5 الانحدار (Ragression) :

يعرف الانحدار بأنه العلاقة التي تربط بين متغيرين كميين y , x و الغرض من دراسة هذا الموضوع هو تحديد هذه العلاقة ثم استخدامها للتنبؤ بقيم المتغير التابع y إذا علمت قيمة المتغير المستقل x . و بعبارة أخرى فإن الهدف هو تقدير متوسط المتغير y عند معرفة قيمة المتغير x . على سبيل المثال إذا افترضنا أن x المتغير الذي يمثل طول الشخص ، و y المتغير الذي يمثل وزن الشخص وسجلنا قياسات أطوال مجموعة من الأشخاص وأوزانهم فإننا نتوقع علاقة تربط طول الشخص (x) بوزنه (y) . فإذا اكتشفنا هذه العلاقة يمكننا تقدير متوسط وزن مجموعة الأشخاص الذين لهم طول مفروض سلفاً. و يعود مفهوم الانحدار Regression للعالم غالتون عام 1886 عندما درس العلاقة بين أطوال الآباء و أطوال أبنائهم فقد أخذ عينة من الآباء و قاس أطوالهم و أطوال أبنائهم ، فوجد أن متوسط أطوال الأبناء ينزع ليكون قريباً من متوسط أطوال الأبناء للمجتمع . و

الدليل على ذلك فقد لاحظ أن أطوال أبناء الآباء طوال القامة أقصر من أطوال آبائهم و أطوال أبناء الآباء قصار القامة أطول من آبائهم . لذلك أطوال الأبناء ترتبط بأطوال الآباء لكنها دائماً تنزع باتجاه معدل أطوال المجتمع . أو معدل أطوال الأبناء تنحدر من معدل طول المجتمع و تدعى هذه الظاهرة بالانحدار نحو المعدل .

و لهذا الموضوع تطبيقات كثيرة في العلوم الصحيحة كما في العلوم الاجتماعية والاقتصادية و الزراعية ... الخ. فمثلاً قد نريد التنبؤ بوزن الشخص إذا علمنا طوله أو عمره أو التنبؤ بشدة الإصابة بسرطان إذا عُلمت كمية التدخين أو التنبؤ بعدد ضربات القلب إذا علمنا الكمية الكبرى للأكسجين المستنشق أو التنبؤ بإمكانية الإصابة بنوبة قلبية إذا علمنا كمية الكوليسترول.

لدراسة العلاقة بين متغيرين نأخذ عينة عشوائية ونسجل

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ مشاهدات المتغيرين (x, y) ثم نرسم المخطط الانتشاري ، فإذا تبين أن نقاط العينة تتوضع حول منحى خطي (مستقيم في المستوي OXY) نكون قد أوجدنا دليلاً أولياً على وجود علاقة خطية بين المتغيرين x ,y . في الخطوة التالية نبدأ بتحليل الانحدار أي الكشف عن العلاقة الرياضية $y = ax + b + e$ التي تربط x بـ y . و أخيراً يمكننا الاستفادة من هذه العلاقة في تقدير قيم المتغير التابع y بدلالة قيم معطاة للمتغير المستقل x .

ندعو المعادلة السابقة بمعادلة الانحدار و ندعو الثوابت a, b معالم (وسطاء) العلاقة، أما الحد e فهو الخطأ المرتكب وهو الفرق بين القيم المشاهدة y_i ومقدراتها $ax_i + b$ حيث $1 \leq i \leq n$ و ندعو المستقيم $y = ax + b$ بخط الانحدار.

1-5-6 تقدير المعالم بطريقة المربعات الصغرى :

عند رسم مخطط الانتشار للبيانات سنجد كما ذكرنا مجموعة من النقاط المنتشرة على شكل منحى خطي ، و لن تكون واقعة على استقامة واحدة ، و ذلك لأن المتغير y يتأثر بعوامل و متغيرات أخرى عدا المتغير x ، و سنحاول تعيين ذلك المستقيم الذي يمر وسط هذه النقاط ، و بمعنى آخر سنبحث عن ذلك الخط المحدد بـ a وb و الذي يكون الأقرب إلى تلك النقاط و بأسلوب تحليلي إذا بدلنا قيم المشاهدات

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ في المعادلة المفترضة فسنحصل على n علاقة :

$$y_1 = ax_1 + b + e_1$$

$$y_2 = ax_2 + b + e_2 , \dots$$

$$y_n = ax_n + b + e_n$$

حسب طريقة المربعات الصغرى سنبحث عن القيمتين a وb اللتين تجعلان $\sum_{i=1}^{n} {e_i}^2$ مجموع مربعات الفروق بين القيم المشاهدة y_i و المحسوبة $ax_i + b$ أصغر ما يمكن فإذا رمزنا بـ $\hat{a}$, $\hat{b}$ لتلك القيمتين اللتين تجعل المقدار الآتي أصغر ما يمكن بالنسبة لكل من a , b

$$Q (a , b) = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \hat{a}x_i - \hat{b}\right)^2$$

حيث إن المقدار $Q (a , b)$ يمثل مجموع الفروقات بين القيم الفعلية والقيم المقدّرة. نجعل مشتقي هذه المعادلة بالنسبة لكل من α و b مساوياً للصفر :

$$\sum_{i=1}^{n} x_i\left(y_i - \hat{a}x_i - \hat{b}\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{a}x_i - \hat{b}\right) = 0$$

وبحل هاتين المعادلتين بالنسبة لـ $\hat{a}$ و $\hat{b}$ نجد :

$$\hat{a} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \qquad (11-6)$$

$$\hat{b} = \bar{y} - a\bar{x} \qquad (12-6)$$

حيث $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$

و يمكن استخدام صيغة حسابية مكافئة لحساب $\hat{a}$ تنتج من تقسيم كل من البسط والمقام في (6–11) على n حيث يحصل :

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n}}{\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}} \qquad (13-6)$$

أو

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\,\bar{y}\bar{x}}{\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - n(\bar{x})^2} \qquad (14-6)$$

ملاحظة : ندعو المعادلة $\hat{y} = \hat{a}\,x + \hat{b}$ بمقدر المربعات الصغرى لمعادلة الانحدار للمجتمع $y = a\,x + b + e$.

مثال (6–7) :

بالعودة للمثال (6–2) الذي درسنا فيه ارتباط الكمية الكبرى للأكسجين المستنشق (x) مع معدل ضربات القلب (y) و بالنظر إلى الشكل (6–1) الذي يوضح

وجود علاقة خطية بين مشاهدات x و مشاهدات y . لنستخدم طريقة المربعات الصغرى لإيجاد هذه العلاقة $\hat{y} = \hat{a}\,x + \hat{b}$

الحل :

في الجدول (6–2) حسبنا القيم الآتية :

$$\sum_{i=1}^{10} \boldsymbol{x}_{\mathbf{i}} = 333 \quad , \quad \bar{\boldsymbol{x}} = \frac{333}{10} = 33.3 \quad , \sum_{i=1}^{10} \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}} = 1386$$

$$\bar{\boldsymbol{y}} = \frac{1386}{10} = 138.6 \ , \sum_{i=1}^{10} \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}} \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{i}} = 51940 \ , \ \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}^{\mathbf{2}} = 13237$$

نعوض في العلاقة (6–14) :

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\,\bar{y}\bar{x}}{\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - n(\bar{x})^2} = \frac{51940 - 10\,(33.3)(138.6)}{13237 - 10\,(33.3)^2} = 2.694$$

ثم في العلاقة (6–12) :

$$\hat{b} = \bar{y} - a\,\bar{x} = 138.6 - (2.694)(33.3) \cong 48.9$$

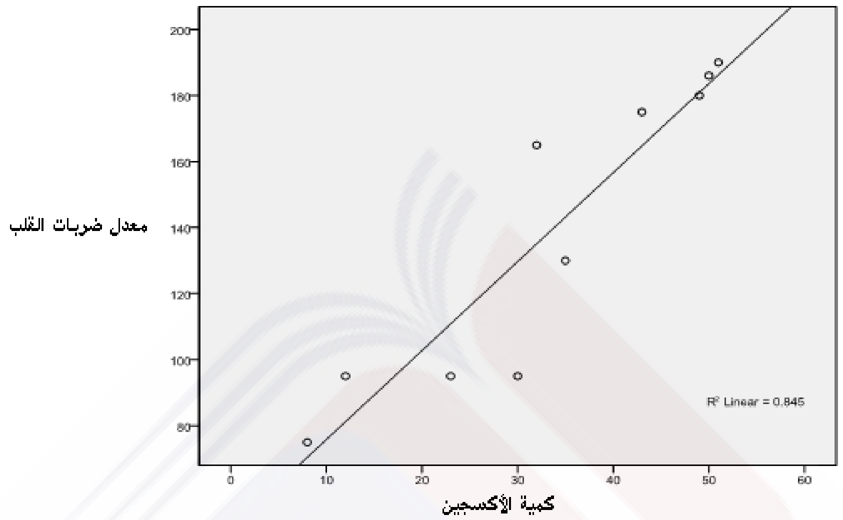
فيكون مقدر المربعات الصغرى لمعادلة انحدار معدل ضربات القلب y على الكمية الكبرى للأكسجين المستنشق x هو :

$$\hat{y} = 2.694\ x + 48.9$$

يمكن من هذه المعادلة التنبؤ بمعدل ضربات القلب لشخص إذا كانت كمية الأكسجين المستنشقة على سبيل المثال تساوي $x = 30$ و ذلك بأن نعوض قيمة x بـ 30 لنحصل على $\hat{y} = 2.694\ (30) + 48.9 = 129.7$

و لرسم خط الانحدار و هو المستقيم الذي معادلته $y = 2.694\ x + 48.9$

يكفي تحديد نقطتين يمر منهما $M_1(\,0\ , 48.9\,)\ , M_2(\,30\ , 129.7\,)$



الشكل (6–6) مستقيم الانحدار لعلاقة كمية الاكسجين بمعدل ضربات القلب.

6–5–2 اختبار الفرضيات حول ميل خط الانحدار الخطي a :

وجدنا أن مقدر معادلة الانحدار المتغير *y* على المتغير *x* هي :

$$\hat{y} = \hat{a}\, x + \hat{b} \qquad (15\text{–}6)$$

و عندما لا يكون هناك علاقة خطية بين y و x فإن ميل المستقيم في تلك المعادلة يكون صفراً $a = 0$ و هذا يكافئ إن كان معامل الارتباط الخطي ρ بين المتغيرين x و y معدوماً ، أي إن : $\rho = 0$ و من ثَمَّ يمكن استبدال فرضية العدم و الفرضية البديلة لانعدام a أي $H_0 : a = 0$ (لا يوجد علاقة خطية مقابل الفرضية) و $H_1 : a \neq 0$ (هناك علاقة خطية) بفرضية العدم و الفرضية البديلة المتعلقة بـ ρ و المكافئة لها $H_0 : \rho = 0$ مقابل $H_1 : \rho \neq 0$.

فإذا فرضنا أنه لا علاقة خطية بين *x* و*y* (a=0) فهذا يكافئ $\rho = 0$ فعندئذ من أجل مستوى دلالة α تكون الفرضية صحيحة إذا وقعت قيمة الإحصاء $T_0 = \frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}}$

في المجال $\left[-t_{\alpha/2}(n-2)\ ,\ \ t_{\alpha/2}(n-2)\right]$ حيث n حجم العينة و R مقدر معامل الارتباط الخطي ρ .

مثال(6−8):

هل البيانات الواردة في المثال (6−2) تشير لوجود علاقة خطية بين معدل ضربات القلب y و الكمية الكبرى للأكسجين المستنشق . وذلك من أجل $\alpha = 0.01$.

الحل : نقوم بالخطوات الآتية :

1− نضع فرضية العدم و الفرضية البديلة ، و ذلك من أجل $\alpha = 0.01$

$H_0\ : a = 0$ لا يوجد علاقة خطية مقابل الفرضية $H_1\ : a \neq 0$ هناك علاقة خطية

2− حسبنا في المثال (6−2) مقدر معامل الارتباط r فوجدنا $r \cong 0.92$ وحسبنا في المثال (6−3) قيمة إحصائية التقدير $t_0 \cong 6.7$.

3− نعين منطقة القبول و ذلك من أجل $\alpha = 0.01$. نحسب $\alpha/2 = 0.005$ نعين القيمة $t_{0.005}\,(8)$ والواقعة في جدول ستودنت في سطر درجة الحرية 8 و عمود 0.005 فنجد $t_{0.005}\,(8) = 3.355$.

4− بما أن $t_0 = 6.7$ تقع خارج $[-3.355 \quad 3.355]$ نرفض H_0 و نقبل H_1 أي يوجد علاقة خطية بين معدل ضربات القلب و كمية الأكسجين .

3–5–6 معامل التحديد Coefficient Of Determination

بفرض أن x , y متغيران مرتبطان خطياً و بفرض أن علاقة الانحدار للعينة $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\dots,(x_n,y_n)$ هي $\hat{y} = \hat{a}\,x + \hat{b}$ حيث $\hat{a}$ و $\hat{b}$ مقدرا الوسيطين a و b نعرف معامل التحديد لهذه العلاقة و الذي سنرمز له بـ R^2 بأنه نسبة التباين (أو التغير) في بيانات المتغير y المفسرة بالتباين (أو بالتغير) في قيم المتغير المستقل x. و بعبارة أخرى هي نسبة التباين المفسر بالنموذج إلى التباين الكلي في بيانات المتغير y

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} \qquad (16\text{–}6)$$

حيث $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$ يقيس حجم تباين المشاهدات عن متوسطها بينما $\sum_{i=1}^{n}(\hat{y} - \bar{y})^2$ فيقيس حجم تباين $\hat{y}_i$ بيانات المتغير y المحسوبة من النموذج (15–6) و يمكن أن نثبت أن

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} \qquad (17\text{–}6)$$

حيث $y_i = \hat{a}\,x_i + \hat{b}$.

إن قيمة معامل التحديد تحقق $0 \le R^2 \le 1$. فكلما اقتربت قيمة R^2 من الواحد زادت جودة النموذج في تفسير التغير . و كلما كانت R^2 أقرب إلى الصفر كانت النموذج أقل جودة في تفسير التغير في البيانات. وإذا $R^2=1$ فإن النقاط $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\dots,(x_n,y_n)$ تقع جميعها على خط معادلة الانحدار .

نستنتج من أجل معادلة الانحدار $\hat{y} = \hat{a}\,x + \hat{b}$.

1– معامل التحديد R^2 ليس الا مربع معامل الارتباط الخطي R .

2– ومعامل الارتباط الخطي R ليس إلا الجذر التربيعي لمعامل التحديد مضروباً بإشارة $\hat{a}$ حيث :

$Sig(\hat{a}) = +1$ عندما $0 < \hat{a}$

و $Sig(\hat{a}) = -1$ عندما $\hat{a} < 0$

مثال (6–9):

بالعودة لمثال كمية الأكسجين و معدل ضربات القلب حيث كانت معادلة الانحدار الخطي $\hat{y} = 2.694\ x + 48.9$

و بما أن $\hat{a} > 0$ فإن $R^2 = \rho^2 = (0.92)^2 \cong 0.85$ و نفسر ذلك بقولنا إن: 85% تقريباً من التغير في قيم y (معدل ضربات القلب) تفسر بمعادلة خط الانحدار المقدرة أي تفسر بتغير كمية الأكسجين المستنشق .

تمارين ومسائل

1- أجريت تجربة لدراسة تأثير درجة الحرارة x على نتائج إحدى العمليات الكيميائية وتم الحصول على البيانات الآتية:

x	−5	−4	−3	−1	−1	0	1	2	3	4	5
y	1	5	4	7	10	8	9	13	14	13	18

أ- احسب معامل الارتباط الخطي لبيرسون .

ب- اختبر الفرضية $H_0: \rho = 0$ ضد الفرضية البديلة $H_1: \rho \neq 0$ عند مستوى معنوية α=0.01 .

ت- أوجد نموذج الانحدار الخطي المقدر.

ث- احسب معامل التحديد وفسره .

2- إذا كان معروف أن هناك علاقة بين فترة الإصابة بمرض معين وعدد البكتريا في العضو المصاب. تم اختيار 10 مصابين بهذا المرض وسجلت أطول فترات إصابتهم بالمرض عند دخولهم المستشفى وحصلنا على البيانات الآتية:

X عدد البكتريا (بالألف)	9	10	5	7	10	6	7	4	8	6
Y فترة الإصابة (باليوم)	12	11	8	9	13	10	14	8	11	7

أ- احسب معامل الارتباط الخطي لبيرسون .

ب- احسب معامل سبيرمان لارتباط الرتب ، ثُمَّ قارن بين النتيجتين.

3- أجريت تجربة لتقدير العلاقة بين درجة الحرارة ومعدل دقات القلب في الضفدعة المسماة Rana pipiens سجلت البيانات في الجدول الآتي:

الحيوان	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X درجة الحرارة	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Y دقات القلب بالدقيقة	5	11	11	14	22	23	32	29	32

أ- احسب معامل سبيرمان لارتباط الرتب

ب- أوجد معادلة الانحدار المقدرة؟

ت- اختبر فرض العدم $H_0: a = 0$ ضد الفرض البديل $H_1: a \neq 0$ عند مستوى معنوية α=0.05.

ث- احسب معامل التحديد للعلاقة المقدرة وفسر النتيجة.

4- أجريت تجربة لتقدير العلاقة بين العمر ودقات القلب (في الدقيقة) عند الإناث اللواتي أعمارهنّ تتراوح من واحد إلى 13 سنة . استخدم البيانات المعطاة في الجدول الآتي في إيجاد:

الأنثى	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X العمر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
y دقات القلب	111	108	108	102	99	92	93	88	90	90	88	84	83

أ- أوجد معادلة الانحدار المقدرة بين العمر وعدد دقات القلب؟

ب- احسب معامل التحديد .

ت- اختبر معنوية معادلة الانحدار من أجل $\alpha = 0.02$.

5- الجدول الآتي يبين طول الجمجمة x وعرضها y بالمليمتر والمطلوب إيجاد معامل الارتباط الخطي ، ومعامل سبيرمان لارتباط الرتب .

71	58	72	73	79	66	76	70	80	63	الطول X
35	39	37	42	46	39	38	45	42	40	العرض Y

6- الجدول الآتي يعطي قياسات تمثل طول الأب وطوال الابن الأصغر.

(البيانات مقيسه لأقرب بوصة).

74	69	72	70	64	68	x
70	66	73	69	68	67	y

أوجد معامل الارتباط الخطي البسيط.

7- لدراسة العلاقة بين عدد الكيلوجرامات التي يفقدها شخص في برنامج لإنقاص الوزن وعدد الأسابيع التي يقضيها لإنقاص الوزن ، اختيرت عينة عشوائية من 5 أشخاص ممن يتبعون هذا البرنامج الغذائي وتم الحصول على البيانات الآتية :

11	9	4	5	6	عدد الأسابيع x
5	4	1	2	3	الوزن المخفض y

والمطلوب : قدر قيمة معامل الارتباط الخطي . واختبر معنوية الارتباط عند مستوى معنوية α=0.01 .

8- فيما يأتي أوزان وأطوال مجموعة من الذكور البالغين والمطلوب :

x الطول	159	180	175	150	170	171	165	176
y الوزن	68	88	79	65	70	73	63	74

أ- أوجد معادلة خط الانحدار المقدرة لانحدار الوزن على الطول ثم استخدمها في تقدير وزن شخص طوله 183سم.

ب- أوجد معادلة خط الانحدار المقدرة لانحدار الطول على الوزن .

9- قام باحث بالحصول على بيانات من 1000 مريض نفسي ، وذلك لمدة 5 سنوات، فإذا كان x يمثل الدرجة التي حصل عليها الشخص في بداية العلاج ، Y الدرجة التي حصل عليها بعد تلقي العلاج باستخدام البيانات الآتية:

$\sum x_i^2 = 14000$ ، $\sum x_i y_i = 3000$ ، $\sum y_i = 5000$ ،$\sum x_i = 3000$

والمطلوب:

أ- أوجد معادلة الانحدار المقدرة.

ب- أوجد قيمة y عندما x=4.

ت- إذا كانت قيمة s_y=10 فأوجد معامل الارتباط r.

10- يعطي الجدول التالي أعمار الزوج والزوجة بالسنوات لعينة من 6أزواج:

X عمر الزوجة	35	25	51	25	53	42
Y عمر الزوج	38	25	49	31	55	44

أ- أوجد معامل الارتباط؟

ب-اختبر معنوية معامل الارتباط من أجل α=0.04 .

11- في دراسة أجريت على إحدى أنواع الثدييات وجد أن حجم المخ يتغير مع وزن الجسم من فرد لآخر وأن العلاقة بين حجم المخ ووزن الجسم على الشكل:

X وزن الجسم	30	35	37	40	41	44	46	47	49	52	54
Yحجم المخ	360	379	380	390	409	408	412	419	425	435	439

أ- أوجد معامل الارتباط الخطي لبيرسون .

ب- استخدم البيانات الآتية لإيجاد معادلة الانحدار المقدرة.

ت- اختبر معنوية العلاقة عند مستوى معنوية α=0.05 .

12- لدراسة العلاقة بين الهيموجلوبين x (مقيساً mg/100ml) وعدد كرات الدم الحمراء y بالمليون لكل ملليمتر مكعب ، اختيرت عينة عشوائية من 12 ذكراً بالغاً من مجتمع ما وتم قياس تركيزات الهيموجلوبين وعدد كرات الدم الحمراء لكل مفردة والبيانات معطاة في الجدول الآتي :

x	15.2	16.4	14.2	13.0	14.5	16.1	15.2	14.8	15.7	14.9	15.6	14.7
y	5.1	5.4	4.5	4.2	4.3	6.1	5.2	4.3	4.7	4.8	4.6	4.8

والمطلوب :احسب معامل سبيرمان لارتباط الرتب.

13–عينة عشوائية من 200 رجل متزوج ، وتم تصنيفهم في الجدول الآتي تبعاً للتعليم وعدد الأطفال :

التعليم	عدد الأطفال		
	0–1	2–3	أكثر من 3
بسيط	14	37	32
متوسط	19	42	17
جامعي	12	17	10

والمطلوب : احسب معامل التوافق بين عدد الأطفال ومستوى التعليم . هل تعتقد هناك علاقة بين عدد الأطفال ومستوى التعليم؟

14– يعطى الجدول الآتي تصنيف لعينة عشوائية من 2764 شخصاً حسب الدخل بالدولار والفترة منذ آخر زيارة لاستشارة طبيب .

الدخل	منذ 6 شهور	من 7 شهور لسنة	أكثر من سنة
أقل من 3000	186	38	35
3000–4999	227	54	45
5000–6999	219	78	78
7000–9999	355	112	140
أكثر من 10.000	653	285	259

والمطلوب : هل تعتقد هناك علاقة ارتباط بين الدخل ومراجعة الطبيب؟

15- لدراسة العلاقة بين حساسية الجلد من ضوء الشمس ولون العين حصل طبيب متخصص في الأمراض الجلدية على البيانات التالية ، وذلك من عينة عشوائية من 100 شخص .

ضعيف	متوسط	قوي	لون العين
تأثير الأشعة			
4	27	19	أزرق
5	8	7	رمادي أو أخضر
16	13	1	بني

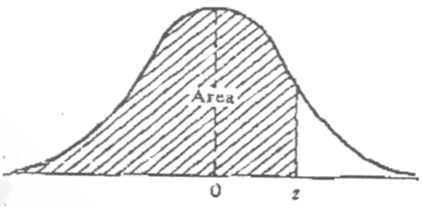
والمطلوب : هل يمكن القول : إنَّ هناك علاقة بين لون العين وحساسية الجلد ؟

الملاحق:

1) الجداول الإحصائية .

2) المصطلحات العلمية (إنكليزي – عربي).

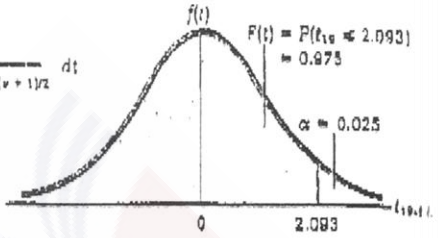
Areas Under the Normal Curve



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
−3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
−3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
−3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
−3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
−3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
−2.9	0.0019	0.0018	0.0017	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
−2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
−2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
−2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
−2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
−2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
−2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
−2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
−2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
−2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
−1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
−1.8	0.0359	0.0352	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
−1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
−1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
−1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
−1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0722	0.0708	0.0694	0.0681
−1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
−1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
−1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
−1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
−0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
−0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
−0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
−0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
−0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
−0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
−0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
−0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
−0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
−0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9278	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9654	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Cumulative t-distribution $F(t)$

$$F(t) = \int_{-\infty}^{t} \frac{\left(\frac{\nu-1}{2}\right)!}{\left(\frac{\nu-2}{2}\right)!\sqrt{\pi n}\left(1+\frac{t^2}{\nu}\right)^{(\nu+1)/2}}\,dt$$



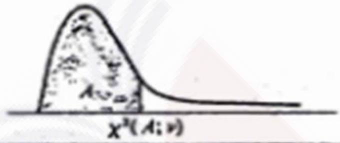
Example: $n = 20$, $\nu = 19$

$F(t)$	.75	.90	.95	.975	.99	.995	.9995
ν (α)	(.25)	(.10)	(.05)	(.025)	(.01)	(.005)	(.0005)
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.941
4	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
6	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
8	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞ (z_α)	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

* This table is abridged from the "Statistical Tables" of R. A. Fisher and Frank Yates published by Oliver & Boyd, Ltd., Edinburgh and London, 1938. It is here published with

جدول رقم (٣). التوزيع (χ^2)

العدد في صلب الجدول يمثل $\chi^2(A;\nu)$ حيث $P\left\{\chi^2(\nu) \le \chi^2(A;\nu)\right\} = A$



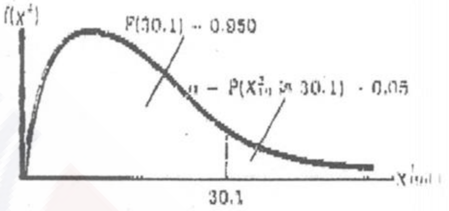
ν	.005	.010	.025	.050	.100	.900	.950	.975	.990	.995
1	0.0^4393	0.0^3157	0.0^3982	0.0^2393	0.0158	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	0.211	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.676	0.872	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.4	104.2
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.9	106.6	112.3	116.3
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	107.6	113.1	118.1	124.1	128.3
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2

Cumulative chi-square distribution

$$F(\chi^2) = \int_0^{\chi^2} \frac{x^{(\nu-2)/2} e^{-x/2}\, dx}{2^{\nu/2}[(\nu-2)/2]!}$$

Example: $P(\chi^2_{19} \le 30.1)$ for d.f. = 19

$P(\chi^2 \le 30.1) = F(30.1) = 0.950$



$F(\chi^2)$	.005	.010	.025	.050	.100	.900	.950	.975	.990	.995
ν (α)	(.995)	(.990)	(.975)	(.950)	(.900)	(.100)	(.050)	(.025)	(.010)	(.005)
1	$.0^4393$	$.0^3157$	$.0^3982$	$.0^2393$	.0158	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	.0100	.0201	.0506	.103	.211	4.61	5.99	7.38	9.21	10.6
3	.0717	.115	.216	.352	.584	6.25	7.81	9.35	11.3	12.8
4	.207	.297	.484	.711	1.06	7.78	9.49	11.1	13.3	14.9
5	.412	.554	.831	1.15	1.61	9.24	11.1	12.8	15.1	16.7
6	.676	.872	1.24	1.64	2.20	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5
7	.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.0	14.1	16.0	18.5	20.3
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.4	15.5	17.5	20.1	22.0
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.7	16.9	19.0	21.7	23.6
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	16.0	18.3	20.5	23.2	25.2
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.3	19.7	21.9	24.7	26.8
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.5	21.0	23.3	26.2	28.3
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.8	22.4	24.7	27.7	29.8
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.1	24.8	27.6	30.2	33.4	35.7
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.9	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2
19	6.84	7.63	8.91	10.1	11.7	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6
20	7.43	8.26	9.59	10.9	12.4	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0
21	8.03	8.90	10.3	11.6	13.2	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4
22	8.64	9.54	11.0	12.3	14.0	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8
23	9.26	10.2	11.7	13.1	14.8	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2
24	9.89	10.9	12.4	13.8	15.7	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6
25	10.5	11.5	13.1	14.6	16.5	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9
26	11.2	12.2	13.8	15.4	17.3	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3
27	11.8	12.9	14.6	16.2	18.1	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6
28	12.5	13.6	15.3	16.9	18.9	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0
29	13.1	14.3	16.0	17.7	19.8	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3
30	13.8	15.0	16.8	18.5	20.6	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7
z_α	−2.576	−2.326	−1.960	−1.645	−1.282	+1.282	+1.645	+1.960	+2.326	+2.576

NOTE: For $\nu > 30$ (i.e., for more than 30 degrees of freedom) take

$$\chi^2 = \nu\left[1 - \frac{2}{9\nu} + z_\alpha\sqrt{\frac{2}{9\nu}}\right]^3 \quad \text{or} \quad \chi^2 = \tfrac{1}{2}[z_\alpha + \sqrt{(2\nu - 1)}]^2$$

according to the degree of accuracy required. z_α is the standardized normal deviate corresponding to the α level of significance, and is shown in the bottom line of the table.

This table is abridged from "Tables of percentage points of the incomplete beta function and of the chi-square distribution," *Biometrika*, Vol. 32 (1941). Reprinted with permission of its author, Catherine M. Thompson, and the editor of *Biometrika*.

The F Distribution

$$P(F \le f) = \int_0^f \frac{\Gamma[(r_1 + r_2)/2](r_1/r_2)^{r_1/2} w^{r_1/2 - 1}}{\Gamma(r_1/2)\Gamma(r_2/2)(1 + r_1 w/r_2)^{(r_1+r_2)/2}}\, dw$$

		r_1											
$P(F \le f)$	r_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15
0.95	1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246
0.975		648	800	864	900	922	937	948	957	963	969	977	985
0.99		4052	4999	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6023	6056	6106	6157
0.95	2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43
0.975		38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43
0.99		98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43
0.95	3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70
0.975		17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25
0.99		34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.87
0.95	4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86
0.975		12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66
0.99		21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20
0.95	5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62
0.975		10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43
0.99		16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72
0.95	6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94
0.975		8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27
0.99		13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56
0.95	7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51
0.975		8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57
0.99		12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31
0.95	8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22
0.975		7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.20	4.10
0.99		11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52
0.95	9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01
0.975		7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.87	3.77
0.99		10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96
0.95	10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85
0.975		6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52
0.99		10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56
0.95	12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62
0.975		6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18
0.99		9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01
0.95	15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40
0.975		6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86
0.99		8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52

This table is abridged and adapted from Table IV in *Biometrika Tables for Statisticians*, edited by E. S. Pearson and H. O. Hartley. It is published here with the kind permission of the *Biometrika* Trustees.

جدول الأرقام العشوائية

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
1	91373	07736	96130	73483	85332	51315	31924	79921	16379	58629	99505
2	52968	55860	98149	98282	24200	30714	06604	88713	54613	12952	42880
3	31850	99605	16166	97155	34160	85018	38976	00874	39615	91291	56941
4	93990	00619	22900	64731	10324	15456	19250	66656	02163	97758	63348
5	65521	15550	64999	31287	87892	54147	67149	51598	91610	18593	44394
6	61099	80369	84848	58181	72126	23611	99933	56517	05585	42508	10634
7	08228	18355	62482	47978	06695	59333	00872	05328	75601	25851	23703
8	45722	63758	00021	76311	09987	36712	46684	99918	29975	33703	30613
9	41341	53537	39440	16376	7856.	61680	06243	93093	25625	92747	28551
10	21131	29364	47010	38612	94623	17599	88651	32341	36188	18296	35156
11	22716	19792	09983	74353	68668	30429	70735	25499	79666	50720	99904
12	98931	35165	86774	72772	02338	98289	43040	91202	96096	80428	96909
13	44812	23153	35090	59649	91754	04822	72924	12515	74917	19655	19174
14	80780	18735	94730	36693	31238	06496	20286	45393	85590	11458	06927
15	12544	88824	97662	83035	92350	24822	71013	41035	84903	21069	81825
16	79401	04739	99016	45021	33132	71060	13509	21438	61666	19509	90511
17	66794	97809	59583	41546	51900	81788	92277	85653	01915	44919	27156
18	88050	73211	42791	87338	20468	18062	45709	69348	63990	74461	20285
19	98253	90449	69618	76630	88006	08806	48501	03547	64584	57102	87074
20	14346	09998	58586	94904	60268	51259	03427	33275	53998	10281	02011
21	12908	88604	55293	56170	77341	94305	85678	87308	24200	74103	58393
22	64270	81263	78171	49618	49127	30134	08178	26412	26432	96423	07351
23	33339	83974	38391	70765	25388	31926	29992	07931	67425	46473	82765
24	09729	63553	28918	85475	96312	88562	77921	37570	42167	24130	22368
25	81525	02488	29334	32639	54146	46883	07256	42162	01011	02368	51085
26	35127	88270	27354	48708	13817	86385	59139	51083	82348	46538	92747
27	25669	64117	87917	62797	55239	88406	12908	49172	30135	92477	23785
28	33623	46639	33788	85828	22421	05597	87637	28834	04839	68086	39064
29	95851	51235	59439	58511	25804	49557	50010	75795	89947	47566	71050
30	32607	25609	11494	61946	86147	02110	52180	01115	97539	49424	01189
31	62095	11598	94972	88627	29593	28193	40188	80959	76520	32533	10097
32	72573	96900	3720	78423	22446	18015	09762	97728	41589	87004	85367
33	27699	66591	24122	72844	55427	44893	52475	24172	41314	09290	12282
34	10091	90683	19581	35286	32643	65417	04377	24052	39763	19034	90641
35	01840	94119	08420	31223	14640	41588	55499	19893	59377	06140	14845
36	94791	49214	50963	69866	99403	51397	50593	19060	98086	56031	46672
37	44747	04072	06905	70481	00556	95291	67813	44590	30500	39777	61958
38	53536	83998	66517	58851	38890	51814	92952	80467	14099	87267	77100
39	41992	14846	12696	86658	19719	92481	07702	85661	84550	56932	90899
40	00274	24164	95605	52986	97849	12224	25021	27476	27936	64352	97575
41	62901	36311	03289	47451	00312	08427	58059	64681	60074	86195	54800
42	22049	54130	10637	82687	25083	58605	95151	93074	59812	81906	46563
43	09122	08886	42272	36194	67298	04974	61073	74501	12125	83100	31696
44	79520	83912	23771	38871	40798	45506	32587	87195	55152	91198	54299
45	76393	06121	98872	17453	53060	70997	49626	48237	77233	89368	31273
46	23216	42698	09172	47040	13336	58731	18731	24878	49601	84673	44407
47	26766	86324	42206	98632	17988	67917	38803	04202	44002	40320	01648
48	36967	01638	13476	23219	36835	58745	65831	14883	61642	10592	91132

المصطلحات العلمية

- عربي . إنجليزي
- إنجليزي . عربي

أولاً: عربي – إنجليزي

(أ)

اتّساق	Consistency
إحصاء	Statistics
اختبار	Test Statistics
اختبار كاف	Sufficient statistics
الاختبار الأكثر قوة بانتظام	Uniform most powerful test
اختبار فرضيات	Hypothesis test
اختبار نسبة الإمكانية	Likelihood ratio test
اختبار المعممة	Generalized likelihood ratio test
ارتباط	Correlation
التواء	Skewness
انحراف معياري	Standard deviation

(ت)

تباين	Variance
تباين أصغري	Minimized variance

Covariance	تغاير
Bayes estimation	تقديرات بايز
Maximum likelihood estimation	تقدير الإمكانية العظمى
Interval estimation	تقدير بفترة
Point estimation	تقدير نقطي
Frequency	تكرار
Relative frequency	نسبي
Probability distribution	توزيع احتمالي
Exponential distribution	توزيع أسي
Pareto distribution	توزيع باريتو
Pascal(geometric)distribution	توزيع باسكال (الهندسي)
Poisson distribution	توزيع بواسون
Beta distribution	توزيع بيتا
Bernoli distribution	توزيع بيرنوللي
Binomial distribution	توزيع ثنائي (ذو الحدين)
Gamma distribution	توزيع جاما
Rayleigh distribution	توزيع رايلي
Student distribution	توزيع ستيودنت
Prior distribution	توزيع سلفي (سابق)
Normal distribution	توزيع طبيعي
Hybergeometric distribution	توزيع فوق هندسي
Cauchy distribution	توزيع كوشي

Posterior distribution	توزيع لاحق
Chi–Square distribution	توزيع مربع كاي
Uniform distribution	توزيع منتظم
Marginal distribution	توزيع هامشي
Weibull distribution	توزيع ويبل
F–distribution	توزيع –F
t–distribution	توزيع–T
Expectation	توقع
Conditional Expectation	توقع شرطي

(ح)

Error size	حجم الخطأ

(خ)

Uniform property	خاصية الانتظام
Estimation error	خطأ التقدير
Standard error	خطأ معياري
Type one error	خطأ من النوع الأول
Type two error	خطأ من النوع الثاني

(د)

Probability function	دالة احتمال
Likelihood function	دالة الإمكانية
Loss function	دالة الخسارة

Square error function	دالة خطأ تربيعي
Conditional function	دالة شرطية
Decision function	دالة قرار
Power function	دالة قوة
Density function	دالة كثافة
Increasing function	دالة متزايدة
Decreasing function	دالة متناقصة
Risk function	دالة مخاطرة
Joint function	دالة مشتركة
Moments generating function	دالة مولّدة للعزوم
Marginal function	دالة هامشية
Degree of freedom	درجات الحرية

(ع)

Moment about zero	عزم حول الصفر
Factorial moment	عاملي
Sample moment	عينة
Raw sample moment	عينة خام
Central moment	عينة مركزي
Moments	عزوم
Raw moments	خام
Sample	عينة

(غ)

Unbiased	غير منحاز

(ف)

Multiple confidence interval	فترات ثقة متعددة
Confidence interval	فترة ثقة
Null hypothesis	فرضية ابتدائية
Statistical hypothesis	فرضية إحصائية
Alternative hypothesis	فرضية بديلة
Simple hypothesis	فرضية بسيطة
Composite hypothesis	فرضية مركبة
Decision space	فضاء القرار
Parameters space	فضاء المعالم
Sampling space	فضاء المعاينة
Efficient estimation	فعّالية تقدير
Efficient estimator	فعّالية مقدر

(ق)

Law of large number	قانون الأعداد الكبيرة
Power of the test	قوة الاختبار
P–value	قيمة–P

(ك)

Sufficiency	كفاية

(م)

Chebyshev's inequality	متباينة تشيبيشيف
Cramer–Rao inequality	متباينة كرامير – راو
Random vector	متجه عشوائي
Markov inequality	متراجحة ماركوف
Mean	متوسط
Mean squares error	مربعات الخطأ
Bayes risk	مخاطرة بايز
Least squares	مربعات صغرى
Correlation coefficient	معامل ارتباط
Confidence coefficient	معامل ثقة
Random Sampling	معاينة عشوائية
Parameter	معلمة
Information about parameter	معلومات حول معلمة
Estimator	مقدّر
Maximum likelihood estimator	الإمكانية العظمى
Moments estimator	العزوم
Unbiased estimator	غير منحاز
Effective estimator	فعّال
Consistence estimator	متّسق
Biased estimator	منحاز

Regression curve	منحنى انحدار
Confidence region	منطقة ثقة
Critical region	منطقة حرجة
Rejection region	منطقة رفض
Acceptance region	منطقة قبول
Reliability	موثوقية

(ن)

Decision theory	نظرية القرار
Lack of symmetric	نقص التناظر
Neyman–Pearson	نيمان – بيرسون

(و)

Uniqueness	وحدانية

ثانياً: إنجليزي – عربي

(A)

Acceptance region	منطقة قبول
Alternative hypothesis	فرضية بديلة

(B)

Bayes estimation	تقديرات بايز
Bayes Risk	مخاطرة بايز
Bernolli distribution	توزيع بيرنوللي
Beta distribution	التوزيع بيتا
Biased estimator	مقدّر منحاز
Binomial distribution	التوزيع الثنائي (ذو الحدين)

(C)

Cauchy distribution	توزيع كوشي
Central limit theorem	نظرية النهاية المركزية
Central moment	عزم مركزي
Chebyshev's inequality	متباينة تشيبيشيف
Chi–Square distribution	توزيع مربع كاي
Composite hypothesis	فرضية مركبة
Conditional distribution	توقع شرطي
Conditional function	دالة شرطية

Confidence coefficient	معامل ثقة
Confidence interval	فترة ثقة
Confidence region	منطقة ثقة
Consistence estimator	مقدر متّسق
Consistency	اتّساق
Correlation	ارتباط
Correlation coefficient	معامل ارتباط
Covariance	تغاير
Cramer–Raw inequality	متباينة كرامير–راو
Critical region	منطقة حرجة

(D)

Decision function	دالة قرار
Decision space	فضاء القرار
Decision theory	نظرية القرار
Decreasing function	دالة متناقصة
Degrees of freedom	درجات حرية
Density function	دالة كثافة

(E)

Efficiency	فعالية
Efficient estimation	فعالية تقدير
Efficient estimator	فعالية مقدر/ مقدراً فعالاً

Elementary hypothesis	فرضية ابتدائية
Error size	حجم الخطأ
Estimation error	خطأ تقدير
Estimator	مقدّر
Expectation	توقع
Exponential distribution	توزيع أسي

(F)

F–distribution	التوزيع F
Frequency	تكرار
Function of random variable	دالة في متغير عشوائي
Function of random variable distribution	توزيع دالة في المتغير العشوائي

(G)

Gamma distribution	توزيع جاما
Generalized likelihood ratio test	اختبار نسبة الإمكانية المعممة

(H)

Hybergeometric distribution	توزيع فوق هندسي
Hypothesis test	اختبار فرضيات

(I)

Increasing function	دالة متزايدة
Information about parameter	معلومات حول معلمة
Interval estimation	تقدير بفترة

(J)

Joint function	دالة مشتركة

(K)

Kurtosis	تفلطح

(L)

Lack of symmetric	نقص التناظر
Law of large number	قانون الأعداد الكبيرة
Least squares	مربعات صغرى
Likelihood function	دالة الإمكانية
Likelihood ratio function	اختبار نسبة الإمكانية
Loss function	دالة خسارة

(M)

Marginal distribution	توزيع هامشي
Marginal function	دالة هامشية
Markov inequality	متراجحة ماركوف

الجامعة السورية الخاصة SYRIAN PRIVATE UNIVERSITY

Maximum likelihood estimation	تقدير الإمكانية العظمى
Maximum likelihood estimator	مقدّر الإمكانية العظمى
Mean	متوسط
Mean squares error	متوسط مربعات الخطأ
Minimum variance	تباين أصغري
Moments	عزوم
Moments estimator	مقدّر العزوم
Moments generating function	دالة مولدة للعزوم
Multiple confidence interval	فترات ثقة متعددة

(N)

Neyman–Pearson	نيمان–بيرسون
Normal distribution	توزيع طبيعي

(P)

Parameter	معلمة
Parameter space	فضاء المعالم
Pareto distribution	لتوزيع باريتو
Pascal (geometric) distribution	توزيع باسكال(الهندسي)
Point estimation	تقدير نقطي
Poisson distribution	توزيع بواسون

Posterior distribution	توزيع لاحق
Power function	دالة قوة
Power of the test	قوة الاختبار
Prior distribution	توزيع سلفي (سابق)
Probability distribution	توزيع احتمالي
Probability function	دالة احتمال
P–value	القيمة – P

(R)

Random sampling	معاينة عشوائية
Random vector	متجه عشوائي
Raw moments	عزوم خام
Raw sample moments	عزم العينة الخام
Rayleigh distribution	توزيع رايلي
Regression	انحدار
Rejection region	منطقة رفض
Relative Frequency	تكرار نسبي
Reliability	موثوقية
Risk function	دالة مخاطرة

(S)

Sample	عينة
Sample moment	عزم عينة
Sampling space	فضاء المعاينة
Simple hypothesis	فرضية بسيطة
Skewness	التواء
Square error function	دالة خطأ تربيعي
Standard deviation	انحراف معياري
Standard error	خطأ معياري
Statistical hypothesis	فرضية إحصائية
Statistics	إحصاء
Student distribution	توزيع ستيودنت
Sufficiency	الكفاية
Sufficient statistics	إحصاء كاف
Sum of Squares distribution	توزيع مجموعات مربعات

(T)

T– distribution	التوزيع – t
Test statistics	إحصاء الاختبار
Type one error	خطأ من النوع الأول
Type two error	خطأ من النوع الثاني

(U)

Unbiased	غير منحاز

Uniform distribution	توزيع منتظم
Uniform most powerful test	الاختبار الأكثر قوة بانتظام
Uniform property	خواص الانتظام
Uniqueness	الوحدانية

(V)

Variance	تباين

(W)

Weibull distribution	توزيع ويبل

SPU الجامعة السورية الخاصة SYRIAN PRIVATE UNIVERSITY